

---

## Évaluation des connaissances en mathématiques

---

Les réponses peuvent être apportées sur une copie séparée.  
La qualité de la réponse et de la rédaction entre en compte pour l'évaluation.  
Documents et calculatrice interdits.  
Durée : 1h

### 1 Logique

**Exercice 1** Donner deux nombres pour compléter les suites logiques suivantes :

- (i) 1 - 2 - 4 - 7 - 11 - ... - ...
- (ii) 2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - ... - ...
- (iii) 1 - 1 - 2 - 3 - 5 - 8 - 13 - ... - ...
- (iv) 1 - 3 - 7 - 15 - 31 - 63 - ... - ...

**Exercice 2** Jean-Christophe part en vacances de neige. Dans la station de sport d'hiver où il se trouve, il dispose d'un domaine skiable de 46 km, répartis entre quatre couleurs de pistes : verte, bleue, rouge et noire. Il y a 200 hm de pistes bleues, mais quatre fois moins de pistes noires. La longueur totale des pistes rouges équivaut à 50 % de celle des pistes vertes. Quelle différence de longueur y a-t-il entre les pistes rouges et les pistes noires ?

**Exercice 3** Isabelle bénéficie d'un salaire mensuel net de 1500 €. Son loyer s'élève à 280 € tous les mois. Chaque trimestre, elle consacre 1300 € à la nourriture. Sur une année, elle parvient à épargner 3600 €. Sachant que tous les semestres, elle envoie 520 € à sa famille, combien lui reste-t-il d'euros à la fin de chaque mois pour l'habillement et les loisirs ?

**Exercice 4** Je suis un rectangle. Si j'étais deux fois plus long, mon périmètre serait alors de 33 m ; si j'étais deux fois plus large, mon périmètre serait alors de 27 m. Quelles sont mes dimensions ?

**Exercice 5** Chaque mois d'octobre, la « fête de la bière » bat son plein à Munich (Allemagne). Deux millions de visiteurs y sont attendus, dont les trois quarts viennent de l'étranger et 15 % de toute l'Allemagne excepté Munich. Le reste des visiteurs de cette fête vient de la ville elle-même. Au titre de la fiscalité sur les alcools, la ville de Munich perçoit 2 L sur chaque litre de bière consommé au cours de ces festivités. Un visiteur étranger boira en moyenne 2 fois plus de bière qu'un Allemand non munichois, mais 3 fois moins qu'un Munichois. Ces derniers, à eux seuls boiront six millions de litres de cette boisson. À combien s'élèveront les rentrées fiscales occasionnées par la consommation de bière au cours de cette fête ?

**Exercice 6** Un Quadrupède Infernal (ou QI), étalon fougeux et prometteur, s'entraîne sur un hippodrome, sur une piste de 1847 mètres ; il parcourt un quart de tour au pas (6 km/h), puis un demi tour au trot (15 km/h) et le dernier quart de tour au galop à 30 km/h. Quelle est la vitesse moyenne de QI ?

## 2 Tests d'analyse

**Exercice 7** Soit  $f$  la fonction définie sur  $D \subset \mathbb{R}$  par :

$$\forall x \in D, f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2+2x}$$

1. Donner le domaine de définition  $D$  de la fonction
2. Donner les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.
3. Justifier que  $f$  est dérivable et calculer sa dérivée.
4. Donner le tableau de variation de  $f$ .
5. Tracer la courbe  $(C)$  représentative de  $f$  dans un repère orthonormal d'unité 1 cm. On indiquera et on tracera les asymptotes éventuelles à la courbe.

**Exercice 8** On considère l'équation différentielle  $(E)$  définie par :

$$y' + 2y = 3x^2 - 1$$

1. vérifier que la fonction  $f$  d'équation :

$$f(x) = ke^{-2x} + \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{4} + k \text{ où } k \in \mathbb{R}$$

est solution de  $(E)$ .

2. sachant que  $y(0) = \frac{5}{4}$ , déterminer la valeur de  $k$ .
3. que devient la solution si  $y(0) = \frac{1}{4}$ .