
Évaluation des connaissances en mathématiques

Les réponses peuvent être apportées sur une copie séparée.
La qualité de la réponse et de la rédaction entre en compte pour l'évaluation.
Documents et calculatrice interdits.
Durée : 1h

1 Logique

Exercice 1 Donner deux nombres pour compléter les suites logiques suivantes :

- (i) 1 - 2 - 4 - 7 - 11 - ... - ...
- (ii) 2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - ... - ...
- (iii) 1 - 1 - 2 - 3 - 5 - 8 - 13 - ... - ...
- (iv) 1 - 3 - 7 - 15 - 31 - 63 - ... - ...

Exercice 2 Jean-Christophe part en vacances de neige. Dans la station de sport d'hiver où il se trouve, il dispose d'un domaine skiable de 46 km, répartis entre quatre couleurs de pistes : verte, bleue, rouge et noire. Il y a 200 hm de pistes bleues, mais quatre fois moins de pistes noires. La longueur totale des pistes rouges équivaut à 50 % de celle des pistes vertes. Quelle différence de longueur y a-t-il entre les pistes rouges et les pistes noires ?

Exercice 3 Isabelle bénéficie d'un salaire mensuel net de 1500 €. Son loyer s'élève à 280 € tous les mois. Chaque trimestre, elle consacre 1300 € à la nourriture. Sur une année, elle parvient à épargner 3600 €. Sachant que tous les semestres, elle envoie 520 € à sa famille, combien lui reste-t-il d'euros à la fin de chaque mois pour l'habillement et les loisirs ?

Exercice 4 Je suis un rectangle. Si j'étais deux fois plus long, mon périmètre serait alors de 33 m ; si j'étais deux fois plus large, mon périmètre serait alors de 27 m. Quelles sont mes dimensions ?

Exercice 5 Chaque mois d'octobre, la « fête de la bière » bat son plein à Munich (Allemagne). Deux millions de visiteurs y sont attendus, dont les trois quarts viennent de l'étranger et 15 % de toute l'Allemagne excepté Munich. Le reste des visiteurs de cette fête vient de la ville elle-même. Au titre de la fiscalité sur les alcools, la ville de Munich perçoit 2 L sur chaque litre de bière consommé au cours de ces festivités. Un visiteur étranger boira en moyenne 2 fois plus de bière qu'un Allemand non munichois, mais 3 fois moins qu'un Munichois. Ces derniers, à eux seuls boiront six millions de litres de cette boisson. À combien s'élèveront les rentrées fiscales occasionnées par la consommation de bière au cours de cette fête ?

Exercice 6 Un Quadrupède Infernal (ou QI), étalon fougeux et prometteur, s'entraîne sur un hippodrome, sur une piste de 1847 mètres ; il parcourt un quart de tour au pas (6 km/h), puis un demi tour au trot (15 km/h) et le dernier quart de tour au galop à 30 km/h. Quelle est la vitesse moyenne de QI ?

2 Tests d'analyse

Exercice 7 Soit f la fonction définie sur $D \subset \mathbb{R}$ par :

$$\forall x \in D, f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2+2x}$$

1. Donner le domaine de définition D de la fonction
2. Donner les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
3. Justifier que f est dérivable et calculer sa dérivée.
4. Donner le tableau de variation de f .
5. Tracer la courbe (C) représentative de f dans un repère orthonormal d'unité 1 cm. On indiquera et on tracera les asymptotes éventuelles à la courbe.

Exercice 8 On considère l'équation différentielle (E) définie par :

$$y' + 2y = 3x^2 - 1$$

1. vérifier que la fonction f d'équation :

$$f(x) = ke^{-2x} + \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{4} + k \text{ où } k \in \mathbb{R}$$

est solution de (E) .

2. sachant que $y(0) = \frac{5}{4}$, déterminer la valeur de k .
3. que devient la solution si $y(0) = \frac{1}{4}$.